

الاختبار	اختبار في مادة أو مواد التخصص	مدة الإنجاز :	أربع ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	20

Consignes et instructions importantes :

1. L'épreuve comporte 60 questions de la question Q1 à la question Q60.
2. Chaque question comporte 5 choix de réponses (A, B, C, D, E) dont une seule réponse est juste.
3. Chaque candidat(e) n'a le droit d'utiliser qu'une seule feuille réponse. Il est impossible de remplacer la feuille réponse du candidat(e) par une autre.
4. Avec un stylo à bille (bleu ou noir), remplissez de la manière suivante : ■, l'intérieur de la case correspondante à chaque réponse juste, et ce, sur la feuille réponse.
5. La rature ou l'utilisation du Blanco sur la feuille réponse sont strictement INTERDITES.
6. L'usage de la calculatrice est strictement interdit.
7. La possession des téléphones mobiles, de tout appareil électronique intelligent et de tout document est strictement INTERDITE dans la salle de passation.
8. Toute réponse ne respectant pas les règles citées ci-dessus sera rejetée.
9. (1) point sera attribué à chaque réponse correcte ; et (0) point en cas d'absence de réponse.
10. Une notation négative sera appliquée pour chaque réponse fausse ou annulé.

Q1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ est égale à :

A e^{-1}

B $2e^{-1}$

C $\sqrt{e^{-1}}$

D $\sqrt{2e^{-1}}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q2 Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{\ln^n(2)}{n!}$.
Alors, la suite (u_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ est égale à :

A 2

B 3

C $\ln 2$

D $\ln 3$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q3 Une urne contient 200 boules indiscernables au toucher dont 50 sont blanches.
On tire au hasard successivement et sans remise 16 boules de cette urne.
Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées.
Alors, l'espérance de X est égale à :

A 7

B 6

C 5

D 4

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q4 Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{4+t^2}}$. Alors :

A F est décroissante sur $]-\infty, -1]$

B F est décroissante sur $[-1, 0]$

C F est décroissante sur $[0, 2]$

D F est décroissante sur $[2, +\infty[$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q5

On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; l'application $d(x, y) = |f(x) - f(y)|$ est une distance pour la fonction f égale à :

A

x^2

B

x^3

C

$\sin x$

D

$\cos x$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q6

Soit X une variable aléatoire suivant la loi géométrique de paramètre p .
La valeur de p telle que $P(X = 2) = 0.25$ est égale à :

A

$\frac{1}{3}$

B

$\frac{1}{4}$

C

$\frac{1}{2}$

D

$\frac{1}{5}$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q7

Soit X une variable aléatoire et $V(X) = 1.25$ sa variance.
Alors, $V(2X + 5)$ est égale à :

A

7.5

B

6

C

5.5

D

4

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q8

Soit $n \in \mathbb{N}$, si $5^n \equiv 1[13]$. Alors :

A

$n \equiv 3[4]$

B

$n \equiv 0[4]$

C

$n \equiv 1[4]$

D

$n \equiv 2[4]$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q9	Soit $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ une application linéaire. Alors, $\dim(\text{Ker } f) + \dim(\text{Im } f)$ est égale à :
A	3
B	4
C	5
(D)	6
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q10	Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, l'endomorphisme canoniquement associé à la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -4 & t & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est un projecteur si la valeur de t est égale à :
A	2
B	3
C	-4
(D)	-2
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q11	Dans $\mathbb{R}_2[X]$, on considère les polynômes $P_1 = X^2 + 2$, $P_2 = P_1'$ et $P_3 = P_1''$. Alors, $\{P_1, P_2, P_3\}$ est une famille :
A	génératrice et non libre de $\mathbb{R}_2[X]$
B	non génératrice et libre de $\mathbb{R}_2[X]$
C	génératrice et libre de $\mathbb{R}_2[X]$
D	non génératrice et non libre de $\mathbb{R}_2[X]$
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q12	La somme de la série numérique $\sum_{k \geq 2} \frac{k^2 - k}{2^k}$ est égale à :
A	2
B	2^2
C	2^3
D	2^4
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q13 Soit $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ telle que $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Alors, $(M + I)^8$ est égale à :

A $I + \left(\frac{3^8 - 1}{2}\right)M$

B $I + (3^8 - 1)M$

C $I + \left(\frac{3^9 - 1}{3}\right)M$

D $I + (3^9 - 1)M$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q14 Soient M et N deux matrices carrées telles que $MN = I + M + M^2$. Alors :

A M n'est pas inversible et $MN = NM$

B M est inversible et $MN = NM$

C M est inversible et $MN \neq NM$

D M n'est pas inversible et $MN \neq NM$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q15 $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} dx$ est égale à :

A 0

B $2 \ln 2$

C $3 \ln 2$

D $4 \ln 2$

(E) Aucun des choix proposés n'est juste



Q16 Soit $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^4$.

A Si $\text{rang} F = 5$, alors F est une famille libre de $\mathbb{R}^4$

B Si $\text{rang} F = 4$, alors F est une base de $\mathbb{R}^4$

C Si $\text{rang} F = 4$, alors F est une famille libre de $\mathbb{R}^4$

D Si $\text{rang} F = 4$, alors F est une famille génératrice de $\mathbb{R}^4$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q17

On note respectivement par M_0 , M_e et $\bar{x}$ le mode, la médiane et la moyenne d'une série statistique. La forme du graphe de la distribution de cette série est symétrique si :

A

$$M_0 = M_e = \bar{x}$$

B

$$M_0 < M_e < \bar{x}$$

C

$$M_0 < \bar{x} < M_e$$

D

$$\bar{x} < M_e < M_0$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q18

On considère les permutations suivantes :

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Alors, $\sigma_3 \circ \sigma_2$ est égale à :

A

$$\sigma_1$$

B

$$\sigma_2$$

C

$$\sigma_3$$

D

$$id$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q19

On munit $\mathbb{R}^2$ de sa topologie usuelle.

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = \ln(e^x - e^y)$.

L'ensemble de définition de la fonction f est :

A

fermé

B

ouvert

C

borné

D

compact

E

Aucun des choix proposés n'est juste



Q20

Soient X et Y deux variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telles que :

$$P((X=i) \cap (Y=j)) = \frac{\alpha}{3^{i+j}}; \text{ pour tous } i, j \text{ de } \mathbb{N}^*. \text{ Alors, } \alpha \text{ est égal à :}$$

A

2

B

3

C

4

D

9

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q21

On lance 20 fois un dé équilibré à 6 faces, numérotées de 1 à 6 et on regarde à chaque fois la face du dessus. La probabilité d'obtenir un 6 au plus 19 fois est :

A

$$1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{18}$$

B

$$1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{19}$$

C

$$1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{20}$$

D

$$1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{21}$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste



Q22

Soit E un espace préhilbertien muni d'un produit scalaire canonique.

Soit F le plan engendré par les deux vecteurs $u_1 = (2, 1, -2)$ et $u_2 = (4, -1, -1)$.

Alors, la base (v_1, v_2) est orthonormale de F si :

A

$$v_1 = \frac{1}{3}u_1 \text{ et } v_2 = \frac{1}{3}(2, -2, 1)$$

B

$$v_1 = \frac{1}{3}u_1 \text{ et } v_2 = \frac{1}{3}(1, 2, 2)$$

C

$$v_1 = \frac{1}{2\sqrt{5}}u_2 \text{ et } v_2 = \frac{1}{3}(1, 2, 2)$$

D

$$v_1 = \frac{1}{2\sqrt{5}}u_2 \text{ et } v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -1)$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q23

Soient l'espace vectoriel $(\mathbb{R}^3, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ muni de son produit scalaire canonique et

$F = \text{vect}(u, v)$ où $u = (2, 1, -2)$ et $v = (4, -1, -1)$. Alors, $F^\perp = \text{vect}(w)$ avec :

A

$$w = (0, -1, 1)$$

B

$$w = (-1, 4, 1)$$

C

$$w = (1, 2, 2)$$

D

$$w = (2, 2, 3)$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q24 Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, la matrice de la symétrie s par rapport à un plan P et parallèlement à une droite vectorielle D est $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Alors, la matrice de la projection p sur P parallèlement à D est :

A $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

B $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

C $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

D $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q25

On considère dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Alors, e^M est égale à :

A $\begin{pmatrix} 2e - e^2 & e^2 - e \\ 2e - 2e^2 & 2e^2 - e \end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix} e - e^2 & e^2 - 2e \\ e - 2e^2 & 2e^2 - 2e \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 2e - 2e^2 & 2e^2 - e \\ 2e - e^2 & e^2 - e \end{pmatrix}$

D $\begin{pmatrix} e - e^2 & e^2 - e \\ e - 2e^2 & 2e^2 - e \end{pmatrix}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q26	Soit (E, T) un espace topologique. Alors :
A	toute application continue $f : E \rightarrow \{0,1\}$ est constante
B	la seule partie à la fois ouverte et fermée de E est E lui-même
C	E s'écrit comme réunion disjointe de deux fermés non vides
D	E s'écrit comme réunion disjointe de deux ouverts non vides
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q27	Soient G et H deux parties d'un K -espace vectoriel E . Alors :
A	$Vect(G \cap H) = Vect(G) \cap Vect(H)$
B	$Vect(G \cap H) = Vect(G) \cup Vect(H)$
C	$Vect(G \cup H) = Vect(G) + Vect(H)$
D	$Vect(G \cup H) = Vect(G) \cap Vect(H)$
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q28	Soient P une probabilité sur un espace Ω , A , B et C trois événements de Ω . L'ensemble mesurable de Ω qui permet d'exprimer l'événement « Deux exactement des trois événements A , B ou C sont réalisés » est :
A	$(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (C \cap B \cap \bar{A}) \cup (A \cap C \cap \bar{B})$
B	$(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (C \cap \bar{B} \cap \bar{A}) \cup (B \cap \bar{C} \cap \bar{A})$
C	$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
D	$A \cap B \cap C$
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q29	Le reste de la division euclidienne de $2^{2025} + 11^{2025}$ par 7 est égal à :
A	3
B	4
C	5
D	6
E	Aucun des choix proposés n'est juste

Q30

Soit f la fonction numérique définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Alors, l'équation de la demi-tangente de la courbe de f à droite en 0 est :

A $y = 2x$

B $y = x$

C $y = \frac{x}{2}$

D $y = \frac{3x}{2}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q31

Soit f la fonction numérique définie sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \ln(1+x)}}$.

Le développement limité de f à l'ordre 2 en 0 est :

A $1 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{8}x^2 + o(x^2)$

B $1 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{8}x^2 + o(x^2)$

C $1 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + o(x^2)$

D $1 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + o(x^2)$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q32

Soient $a_0, a_1, \dots, a_k$ des réels deux à deux distincts.

L'application $\| \cdot \|_k : \mathbb{R}_{10}[X] \rightarrow \mathbb{R}^+$ définie par $\|p\|_k = \sum_{i=0}^k |p(a_i)|$ est une norme sur $\mathbb{R}_{10}[X]$ si et seulement si :

A $1 \leq k < 4$

B $4 \leq k < 7$

C $7 \leq k < 10$

D $k \geq 10$

E Aucun des choix proposés n'est juste

On considère la série statistique suivante :

Classe	$[1,5[$	$[5,9[$	$[9,13[$	$[13,17[$	$[17,21[$
Effectif	8	6	10	t	12

La valeur de t pour que la moyenne de cette série soit égale à 11.6 est :

Q33

A

1

B

2

C

3

D

4

E

Aucun des choix proposés n'est juste

On considère les propositions suivantes :

Q34

P : « la série $\sum u_n$ converge » . Q : « la série $\sum u_n^2$ converge »

R : « les séries $\sum u_{2n}$ et $\sum u_{2n+1}$ convergent ». Alors :

A

 $P \Rightarrow Q$

B

 $Q \Rightarrow P$

C

 $P \Rightarrow R$

D

 $R \Rightarrow P$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q35

Parmi les séries suivantes, laquelle est convergente ?

A

 $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$

B

 $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

C

 $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n \ln n}$

D

 $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

E

Aucun des choix proposés n'est juste



وظيفة
PRÉPA

Q36 Pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, on a :

(A) $\frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x$ /

B $x \leq \sin x \leq \frac{\pi}{2}x$

C $\frac{3}{\pi}x \leq \sin x \leq x$

D $x \leq \sin x \leq \frac{\pi}{3}x$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q37 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ par $f(x, y) = 4x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$.
Si pour tous x et y strictement positifs, alors $x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ est égale à :

A 2

B 1

C 0

D -1

(E) Aucun des choix proposés n'est juste

Q38 Soient E et F deux espaces vectoriels, $f : E \rightarrow F$ une application linéaire et $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ une famille libre de E . Alors :

A f surjective $\Rightarrow \{f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_n)\}$ est une famille libre de F

B f surjective $\Rightarrow \{f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_n)\}$ est une famille liée de F

C f injective $\Rightarrow \{f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_n)\}$ est une famille libre de F

D f injective $\Rightarrow \{f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_n)\}$ est une famille liée de F

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q39 Soit R la relation d'équivalence définie sur $\mathbb{R}$ par : $xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = x - y$.
La classe d'équivalence d'un nombre réel a est l'ensemble :

A $\{a, -a+1\}$

B $\{a, -a-1\}$

C $\{-a, a+1\}$

D $\{-a, a-1\}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q40 Soient a et b deux réels tels que $2b = 2 + ab$. L'intégrale $\int_a^b \frac{1}{x^2 - 2x + 2} dx$ est égale à :

A $\frac{\pi}{4}$

B $\frac{\pi}{3}$

C 0

D 1

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q41 Soit q une forme quadratique sur $\mathbb{C}^5$ telle que $\text{sign}(q) = (2, 3)$. Alors :

A Le rang de q est 4

B q est non dégénérée

C q est positive

D q définit un produit scalaire

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q42 Soit $M \in M_n(\mathbb{C})$ telle que $M^2 + M^T = I_n$. Alors, le polynôme annulateur de M est :

A $X^4 - 2X^2 + X = 0$

B $X^4 + 2X^2 + X = 0$

C $X^4 - 2X^2 - X = 0$

D $X^4 + 2X^2 - X = 0$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q43 Soient f l'application définie de $\mathbb{R}$ dans $] -1, 1[$ par : $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$
et g l'application définie de $] -1, 1[$ dans $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \ln \left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right)$.

Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g \circ f(x)$ est égale à :

A x^4

B x^3

C x^2

D x

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q44 Le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 0} e^{\sqrt{n^2+n}} z^{2n}$ est égal à :

A e^{-1}

B $2e^{-1}$

C $\sqrt{e}$

D $2\sqrt{e}$

(E) Aucun des choix proposés n'est juste ✗

Q45

Soit $E = C([0,1], \mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions continues de $[0,1]$ vers $\mathbb{R}$ muni des normes suivantes :

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(t)| dt ; \|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(t)|^2 dt} ; \|f\|_\infty = \sup_{t \in [0,1]} |f(t)|. \text{ Alors :}$$

A $\|f\|_1$ et $\|f\|_2$ sont équivalentes

B $\|f\|_1$ et $\|f\|_\infty$ sont équivalentes

C $\|f\|_1$ est dominée par $\|f\|_\infty$

D $\|f\|_\infty$ est dominée par $\|f\|_2$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q46

Soit $x \in \mathbb{R}$. Le produit $\left(\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n} \right) \times \left(\sum_{n \geq 1} x^n \right)$ est égal à :

A $\sum_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) x^n$

B $\sum_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) x^{2n}$

C $\sum_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) x^n$

(D) $\sum_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) x^{2n}$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q47 Soit $M \in M_n(\mathbb{C})$ et M^T sa transposée. Alors :

- A $\det(MM^T - I) = \det(M - I)$
B $\text{rang}(M^T M) = \text{rang}(M)$
C $\text{rang}(M^T M) < \text{rang}(M)$
D $\text{rang}(M^T M) > \text{rang}(M)$
E Aucun des choix proposés n'est juste

Q48 Soit $F = \{(x, x - y, y) \in \mathbb{R}^3; x, y \in \mathbb{R}\}$ un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
On pose : $u_1 = (1, 1, 0)$; $u_2 = (0, -1, 1)$; $u_3 = (1, 1, 1)$. Alors :

- A $\{u_1, u_2\}$ est une base de F
B $\{u_1, u_3\}$ est une base de F
C $\{u_2, u_3\}$ est une base de F
D $\{u_1\}$ est une base de F
E Aucun des choix proposés n'est juste

Q49 Soient (E, T) un espace topologique et A une partie non vide de E . On désigne par $\bar{A}$ l'ensemble des points adhérents à A . On a :

- A $\bar{A}$ est le plus grand ensemble fermé contenant A
B Si $E = \mathbb{R}$ et T est l'ensemble des parties de $\mathbb{R}$, alors $\bar{Q} = Q$
C L'ensemble A est fermé si et seulement si $A \subset \bar{A}$
D Si $E = \mathbb{R}$ et T est l'ensemble des parties de $\mathbb{R}$, alors $\bar{Q} = \mathbb{R}$
E Aucun des choix proposés n'est juste

La forme quadratique q définie sur $\mathbb{C}^3$ par :

Q50 $\forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{C}^3$ $q(x_1, x_2, x_3) = |x_1 + ix_2|^2 + 2|x_2 - ix_3|^2 + 4|x_3|^2$ est non dégénérée car son rang est égal à :

- A 0
B 1
C 2
D 3
E Aucun des choix proposés n'est juste

Q51

Soit f la fonction périodique de période 2π , définie par : $f(x) = \frac{x}{\pi}$ pour tout

$x \in]-\pi, \pi]$. Alors, le coefficient de Fourier $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(nt) dt$ avec $n \geq 1$ est égal à :

A

$$\frac{(-1)^n}{n\pi}$$

B

$$\frac{(-1)^{n+1}}{n\pi}$$

C

$$\frac{2(-1)^{n+1}}{(n+1)\pi}$$

D

$$\frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi}$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q52

La forme différentielle $\omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ définie sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ est :

A

fermée et non exacte

B

exacte et non fermée

C

non fermée et non exacte

D

fermée et exacte

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q53

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = (x^2 - 2x) \ln(x)$.

Alors, il existe un unique réel $\alpha \in]0, +\infty[$ tel que $f(\alpha)$ est égale à :

A

$$-\frac{1}{4}$$

B

$$0$$

C

$$\frac{1}{2}$$

D

$$1$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q54 Sachant que $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ est égale :

A $\frac{\pi^2}{8}$

B $\frac{\pi^2}{4}$

C $\frac{\pi^2}{16}$

D $\frac{\pi^2}{9}$

(E) Aucun des choix proposés n'est juste

Q55

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction k -lipschitzienne. On considère les propositions suivantes : P : « f est k -lipschitzienne » Q : « f uniformément continue »
 R : « f est continue ».

Alors :

A $Q \Rightarrow P \Rightarrow R$

B $R \Rightarrow P \Rightarrow Q$

C $P \Rightarrow R \Rightarrow Q$

D $P \Rightarrow Q \Rightarrow R$

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q56

Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Si f est continue sur $[a, b]$, alors f est uniformément continue sur $[a, b]$. D'après le théorème de :

A Euler

B Ascoli

C Heine

(D) Cauchy

E Aucun des choix proposés n'est juste

Q57

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ avec f une fonction k -lipschitzienne sur $\mathbb{R}$ telle que $k = \frac{2}{3}$ et $f(1) = 1$. Alors, $\lim u_n$ est égale à :

A

$\frac{1}{3}$

B

$\frac{2}{3}$

C

2

D

3

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q58

Soient $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^2 et (a_0, b_0) est un point critique de f .

On pose $r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a_0, b_0)$, $s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a_0, b_0)$ et $t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a_0, b_0)$.

f admet un minimum local en (a_0, b_0) si :

A

$rt - s^2 = 0$

B

$rt - s^2 < 0$

C

$rt - s^2 > 0$ et $r < 0$

D

$rt - s^2 > 0$ et $r > 0$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q59

Soit Γ l'arc de la parabole d'équation $y = x^2$ pour x allant de 0 à 1, et parcouru dans le sens direct, alors $\int_{\Gamma} xy dx + x^2 y dy$ est égale à :

A

$\frac{1}{2}$

B

$\frac{5}{12}$

C

$\frac{7}{12}$

D

$\frac{3}{4}$

E

Aucun des choix proposés n'est juste

Q60

Dans l'espace affine euclidien $\mathbb{R}^3$, on considère la symétrie s par rapport au plan P d'équation $x - y + z = 0$ et parallèlement à la droite vectorielle D engendrée par $u = (1, 1, -1)$. Alors, l'expression analytique de la symétrie s est :

A

$$\begin{cases} x' = 3x + 2y + 2z \\ y' = 2x + y + 2z \\ z' = 2x + 2y + z \end{cases}$$

B

$$\begin{cases} x' = 3x - 2y + 2z \\ y' = 2x - y + 2z \\ z' = 2x - 2y + z \end{cases}$$

C

$$\begin{cases} x' = 3x + 2y - 2z \\ y' = 2x + y - 2z \\ z' = 2x + 2y - z \end{cases}$$

D

$$\begin{cases} x' = 3x - 2y + 2z \\ y' = 2x - y + 2z \\ z' = -2x + 2y - z \end{cases}$$

E

Aucun des choix proposés n'est juste